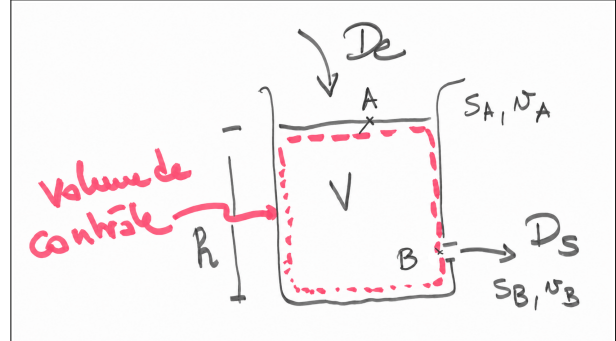


1. Situation

• Un réservoir cylindrique se vide par une ouverture inférieure notée B, et se remplit simultanément par le haut au point A.

↳ En A, la surface à l'air libre, la vitesse de l'eau et le débit volumique sont notés respectivement S_A , v_A et D_E ; en B, S_B , v_B et D_S .

↳ La hauteur h désigne la hauteur d'eau dans le réservoir : $V = S_A \times h$



2. Vitesse de sortie en B

• La conservation de l'énergie sous la forme de la relation de Bernoulli permet de retrouver la formule de Torricelli : $v_B = \sqrt{2gh}$.

↳ Les conditions de validité sont les suivantes : fluide incompressible non visqueux en régime permanent, soit ici $v_A \ll v_B$.

3. Équation différentielle

• La variation de volume de fluide dans le réservoir est : $\frac{dV}{dt} = D_E - D_S$

Avec $D_S = S_B \times v_B$: $S_A \times \frac{dh}{dt} = D_E - S_B \times v_B$

Puis en remplaçant avec Torricelli, il vient : $\frac{dh}{dt} + \frac{S_B}{S_A} \sqrt{2gh} = \frac{D_E}{S_A}$

↳ Pour la vidange seule, on prend $D_E = 0$.

↳ Pour le régime permanent, $\frac{d}{dt} = 0$.

4. Régime transitoire

• On réécrit pour tenter de résoudre :

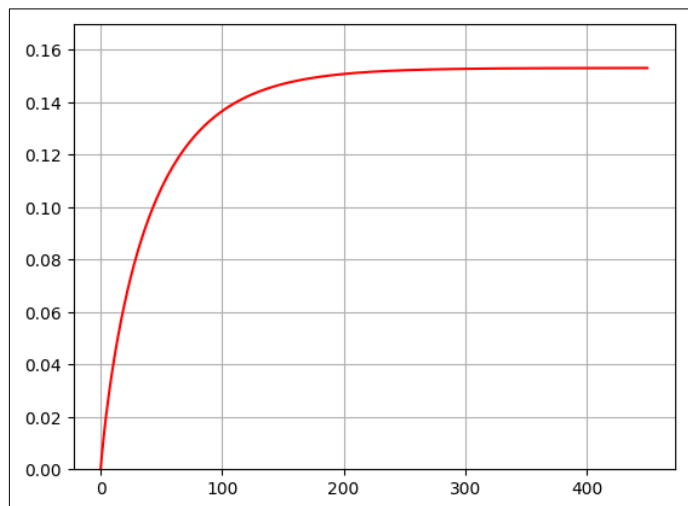
$\frac{dh}{dt} + a\sqrt{h} = b$ avec $a = \frac{S_B}{S_A} \sqrt{2g}$ et $b = \frac{D_E}{S_A}$.

↳ La résolution analytique se fait péniblement,

et j'ai trouvé : $\sqrt{h} - \sqrt{h_0} + \frac{b}{a} \ln\left(\frac{b - a\sqrt{h}}{b - a\sqrt{h_0}}\right) = -\frac{a}{2} \times t$

• De toute façon, il faut faire appel à une solution numérique pour tracer. Par exemple la méthode d'Euler avec python.

Ici, pour la maquette S&P, avec $S_A = 112,36 \text{ cm}^2$, un diamètre de sortie de 7 mm et un débit entrant de $240 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$.



5. Régime permanent ou Caractéristique statique

- En régime permanent, $S_B \sqrt{2gh_{\text{perm.}}} = D_E$ et finalement : $h_{\text{perm.}} = \frac{D_E^2}{2gS_B^2}$.

↳ Pour un réservoir donné, la hauteur atteinte en régime permanent dépend de la surface de sortie et du débit entrant.

↳ Ici, les caractéristiques statiques $h = f(D_E)$ pour différentes surfaces de sortie. J'ai mis un trop plein à 16 cm.

